ଗଣିତ

ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ

ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ
ଓଡ଼ିଶା ସରକାର

ଗଣିତ

ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ

ସର୍ବଶିକ୍ଷା ଅଭିଯାନ

ସଭିଏଁ ପଢ଼ନ୍ତୁ ସଭିଏଁ ବଢ଼ନ୍ତୁ

ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ
ଓଡ଼ିଶା ସରକାର

SP-70

ଗଣିତ

ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ

(ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ସଂସ୍କରଣ)

ଲେଖକ ମଣ୍ଡଳୀ

ଶ୍ରୀ ମଦନ ମୋହନ ମହାନ୍ତି

ଡ଼. ନଳିନୀକାନ୍ତ ମିଶ୍ର

ଡ଼. ନିବେଦିତା ନାୟକ

ଶ୍ରୀ ତାପସ କୁମାର ନାୟକ

ଶ୍ରୀ ଦିଲ୍ଲୀପ କୁମାର ସାହୁ

ସମୀକ୍ଷକ ମଣ୍ଡଳୀ

ଶ୍ରୀ ମଦନ ମୋହନ ମହାନ୍ତି

ଶ୍ରୀ ତାପସ କୁମାର ନାୟକ

ଡ଼. ବାମଦେବ ତ୍ରିପାଠୀ

ପ୍ରୀତିଲତା ଜେନା (ସଂଯୋଜିକା)

ପ୍ରକାଶକ :

ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ,
ଓଡ଼ିଶା ସରକାର

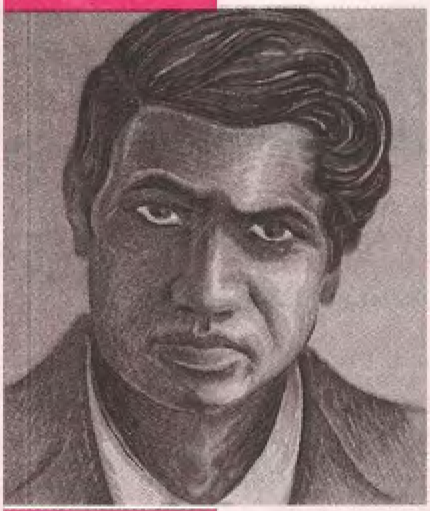
ପ୍ରଥମ ମୁଦ୍ରଣ ବର୍ଷ : ୨୦୧୦

ପ୍ରସ୍ତୁତି :

ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ ଏବଂ
ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ,
ଓଡ଼ିଶା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ସୂଚୀପତ୍ର

ଗଣିତଜ୍ଞ ରାମାନୁଜନ୍
(1887-1920)



'ତୁଳସୀ ଦୁଇ ପତ୍ରରୁ ବାସେ', ଏ କଥାଟି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଓଡ଼ିଆଙ୍କ ତୁଣ୍ଡରୁ ବାହାରି ଥାଏ । ଥରେ ଶିକ୍ଷକ ପ୍ରାଥମିକ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢାଉଥିଲେ- ''ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ, ଭାଗଫଳ ଏକ ହୁଏ । ଯେପରି ତିନୋଟି ଫଳକୁ ତିନିଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିଦେଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଫଳ ପାଇବ ।''

ଛାତ୍ରଟିଏ ଏ କଥା ଶୁଣି ସାଙ୍ଗେ ସାଙ୍ଗେ ଠିଆହୋଇ ପଚାରିଲା- ''ତେବେ ଶୂନକୁ ଶୂନ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଫଳ ମଧ୍ୟଏକ ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ ଶୂନ ସଂଖ୍ୟକ ଫଳକୁ ଶୂନ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିଦେଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଗୋଟିଏ ଫଳ ପାଇବ । ଏହା କ'ଣ ଠିକ୍ କି ?''

ଏହି ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରିଥିବା ପିଲାଟି ଥିଲା 'ରାମାନୁଜନ୍' । ସେହି ପିଲା ବୟସରୁ ହିଁ ତାଙ୍କର ଯେ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରକୃତି ବିଷୟରେ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଅନ୍ତର୍ଦୃଷ୍ଟି ଥିଲା, ଉପରୋକ୍ତ ଘଟଣାଟି ହେଉଛି ତା'ର ନିଦର୍ଶନ । ପ୍ରାଥମିକ ଶ୍ରେଣୀରେ ଛାତ୍ର ଥିବା ବେଳେ ସେ ପୃଥିବୀର ବିଷୁବ ରେଖାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଗଣନା କରି ପାରିଥିଲେ ।

1 ରୁ 100 ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମୌଳିକ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ତୁମେ କାଗଜ କଲମର ସାହାଯ୍ୟ ନେବ, ଆଉ ଅନ୍ତତଃ ପନ୍ଦର ମିନିଟ୍ ସମୟ ମଧ୍ୟ ନେବ। ତୁମରି ବୟସରେ ସେ ଏକ ଠାରୁ ଏକ କୋଟି (1,00,00,000) ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ତାଙ୍କ ଜିଭ ଅଗରେ ଥିଲା । ମାଟ୍ରିକ୍ ପରୀକ୍ଷାରେ ସେ ପ୍ରଥମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଉତ୍ତୀର୍ଣ୍ଣ ହୋଇଥିଲେ । ଏହା ପରେ ତାଙ୍କର କଲେଜ ଜୀବନ ଆରମ୍ଭ ହେଲା । କଲେଜ ଜୀବନର ଆରମ୍ଭରେ ସେ ଇଂରାଜୀ ପ୍ରବନ୍ଧ ଓ ଗଣିତ ପ୍ରତିଯୋଗିତାରେ ସଫଳତା ଲାଭ କରି ପୁରସ୍କାର ପାଇଥିବା ବିଭିନ୍ନ ପୁସ୍ତକ ମଧ୍ୟରେ ଖଣ୍ଡେ ଉଚ୍ଚସ୍ତରର ଗଣିତ ପୁସ୍ତକ ଥିଲା । ଉକ୍ତ ପୁସ୍ତକଟି ତାଙ୍କୁ ଗଣିତ ଅଧ୍ୟୟନ ପ୍ରତିଏତେ ଆକୃଷ୍ଟ କରିଥିଲା ଯେ, ସେ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ବିଷୟ ପ୍ରତି ଅବହେଳା ପ୍ରଦର୍ଶନ କରି ଉଚ୍ଚ ସ୍ତରର ଗଣିତ ପଢ଼ିବାରେ ଲାଗିଲେ । ଫଳତଃ କଲେଜ ପରୀକ୍ଷାରେ ଗଣିତରେ ଶତକଡା ଶହେ ନମ୍ବର ରଖିଥିବା ସତ୍ତ୍ୱେ ଇଂରାଜୀରେ ପାସ୍ ନମ୍ବର ଠାରୁ 3 ନମ୍ବର କମ୍ ରଖିଥିବାରୁ ସେ ପରୀକ୍ଷାରେ ଫେଲ୍ ହୋଇଥିଲେ । ଏହିଠାରେ ତାଙ୍କର ପାଠପଢ଼ା ଶେଷ ହେଲା ।

ଉଦ୍ୟମର ଶେଷ ନାହିଁ

ତା'ପରେ ସେ ନିଜର ଭରଣପୋଷଣ ପାଇଁ କିରାଣୀ ଚାକିରିଟିଏ କରିଥିଲେ । ଏହି ଚାକିରି ପାଇବାରେ ତାଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥିଲେ ଜଣେ ଡେପୁଟି କଲେକ୍ଟର ରାମସ୍ୱାମୀ ଆୟାର । ଆୟାର ମହାଶୟ ଜଣେ ଗଣିତପ୍ରେମୀ ଥିଲେ । ରାମାନୁଜନଙ୍କ ଟିପାଖାତାରୁ ତାଙ୍କ ଲିଖିତ ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଦେଖି ରାମାନୁଜନ୍‌ଙ୍କ ଠାରେ ଥିବା ଅସାଧାରଣ ପ୍ରତିଭାର ସୂଚନା ପାଇଲେ । ଏହାପରେ ଗଣିତ ଅଧ୍ୟୟନ ତଥା ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗବେଷଣା ଲାଗି ତାଙ୍କୁ ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ସୁଯୋଗ ମିଳିଲା ।

ରାମାନୁଜନ୍‌ଙ୍କର ଗଣିତକ୍ଷେତ୍ରରେ ଗବେଷଣାଲବ୍ଧ ଜ୍ଞାନର ସୂଚନା ପାଇଥିଲେ ବିଲାତରେ କେମ୍ବ୍ରିଜ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଥିବା ଗଣିତ ବିଭାଗର ଅଧ୍ୟାପକ ହାର୍ଡ଼ି । ସେ ରାମାନୁଜନ୍‌ଙ୍କୁ କେମ୍ବ୍ରିଜରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା ପାଇଁ ବୃତ୍ତିର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିଦେଲେ । ରାମାନୁଜନ୍ କେମ୍ବ୍ରିଜ ଗଲେ । ସେଠାରେ ତାଙ୍କର ଜ୍ଞାନ ସମସ୍ତ ଗଣିତ ଅଧ୍ୟାପକଙ୍କୁ ଚମତ୍କୃତ କରିଥିଲା ।

ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରଟିଏ ରୁଲର୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଅଙ୍କନ କରିବା ଏକ ଅସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନ ବୋଲି ସମଗ୍ର ଗଣିତବିଦ୍‌ଙ୍କ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହୋଇଥିବା ବେଳେ π ର ମାନ $\frac{155}{113}$ ନେଇ ରାମାନୁଜନ୍ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନର ପ୍ରଣାଳୀ ତାଙ୍କ ଟିପାଖାତାରେ ଲେଖିଦେଇ ଯାଇଛନ୍ତି । ମାତ୍ର 33 ବର୍ଷ ବୟସରେ ସେ ଜଗତରୁ ବିଦାୟ ନେଇଥିଲେ ମଧ୍ୟ ବିଶ୍ୱରେ ଗଣିତଜ୍ଞମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ତାଙ୍କର ନାମ ସର୍ବବିଦିତ ।

ପ୍ରଥମ ଅଧ୍ୟାୟ

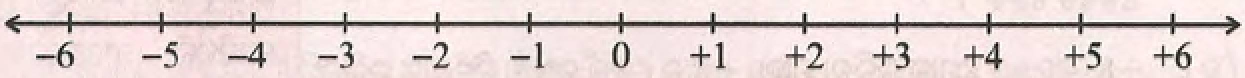
ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା

1.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଆମେ ପୂର୍ବଶ୍ରେଣୀରେ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା, ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଅର୍ଥାତ ଶୂନ ସମେତ ସମସ୍ତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିଛୁ । ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଚିହ୍ନଟ କରି ଜାଣିଛୁ । ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ କ୍ରମରେ ସଜାଇବା ଶିଖିଛୁ । ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଯୋଗ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରିଛୁ ।

ଆସ, ସେସବୁକୁ ମନେ ପକାଇବା ।

1. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାରେଖାକୁ ଦେଖି ତଳେ ଥିବା ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ସ୍ଥିର କର ।



(କ) +2 ଅପେକ୍ଷା 3 ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟି କିଏ ?

(ଖ) −3 ଅପେକ୍ଷା 7 ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟି କିଏ ?

(ଗ) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟି +4 ଅପେକ୍ଷା 7 କମ୍ ?

(ଘ) ଶୂନ ଅପେକ୍ଷା 5 ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟି ଚିହ୍ନଟ କର ।

(ଙ) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟି 0 ଅପେକ୍ଷା 4 କମ୍ ?

(ଚ) +5 ଅପେକ୍ଷା ସାନ ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଟି +5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର କେଉଁ ପାଖରେ ରହିବ ?

(ଛ) ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନଟ କର ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ୫ । ଏଭଳି ଅଧିକ ଯୋଡ଼ା ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ କି ?

(ଜ) −3 ଓ +2 ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ କେତେ ?

(ଝ) ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ −4 ଠାରୁ +3 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଥିବା ଏକକ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(ଞ) ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ +4 ଠାରୁ −3 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଥିବା ଏକକ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ଜାଣିଛ କି ?
−4 ଠାରୁ +3 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବାକୁ ହେଲେ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ −4 ଠାରୁ +3 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଘର ଗଣିବା । ସେତୋଟି ଘର ପାଇଲେ ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ସେତେ ହେବ ।

2. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(କ) +5 ଓ +୫ ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

(ଖ) −3 ଓ +୫ ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

(ଗ) −7 ଓ +5 ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

(ଘ) −4 ଓ −7 ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

ଜାଣିଛ କି ?
- ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗକଲାବେଳେ ଆମେ ଡାହାଣ ଆଡ଼କୁ ଯିବା ।
- ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରୁ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କରିବାବେଳେ ଆମେ ବାମ ଆଡ଼କୁ ଯିବା ।

(ଙ) +୪ ରୁ +3 ବିୟୋଗ କର ।

(ଚ) +5 ରୁ +7 ବିୟୋଗ କର ।

(ଛ) +7 ରୁ +12 ବିୟୋଗ କର ।

(ଜ) +5 ରୁ +3 ବିୟୋଗ କର ।

(ଝ) −4 ରୁ +୪ ବିୟୋଗ କର ।

(ଞ) −5 ରୁ −4 ବିୟୋଗ କର ।

(ଟ) ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରୁ ତା' ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ହୋଇଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାଟି ବିୟୋଗ କରି ପାରିବା କି ?

(ଠ) ଶୂନରୁ +୪ ବିୟୋଗ କରି ପାରିବା କି ? ଯଦି ପାରିବା, ତେବେ ଉତ୍ତର କେତେ ହେବ ?

(ଡ) +୪ ସହ −3 ଯୋଗ କରିବା ଯାହା, +୪ ରୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କରିବା ତାହା ?

(ଢ) −3 ରୁ −4 ବିୟୋଗ କରିବା ଯାହା, −3 ସହ କେତେ ଯୋଗ କରିବା ତାହା ?

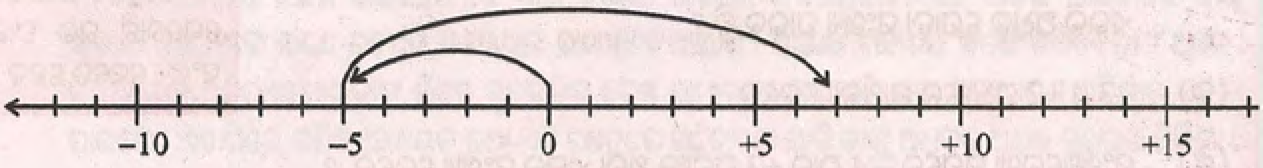
ଆମେ ଜାଣିଛନ୍ତି

ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ ଗୋ
ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କଲାବେ
ଆମକୁ ବାମ ଆଡ଼କୁ ଯିବାକୁ ହେ
ସେହିପରି, ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍
ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟେ
କଲାବେଳେ ଆମେ ଡାହାଣ ଆ
ଯିବା ।

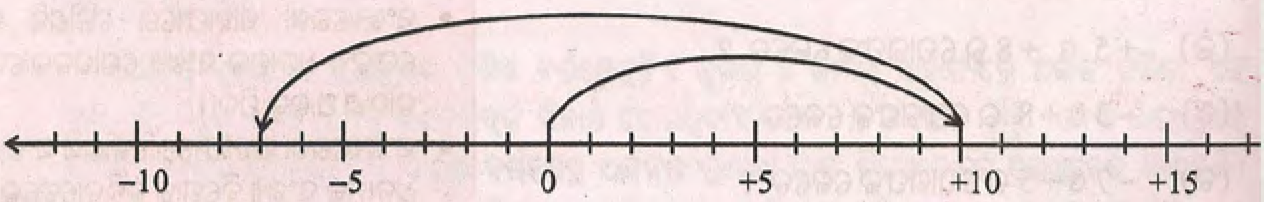
ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.1

1. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ତା'ର ଫଳ ଲେଖ ।

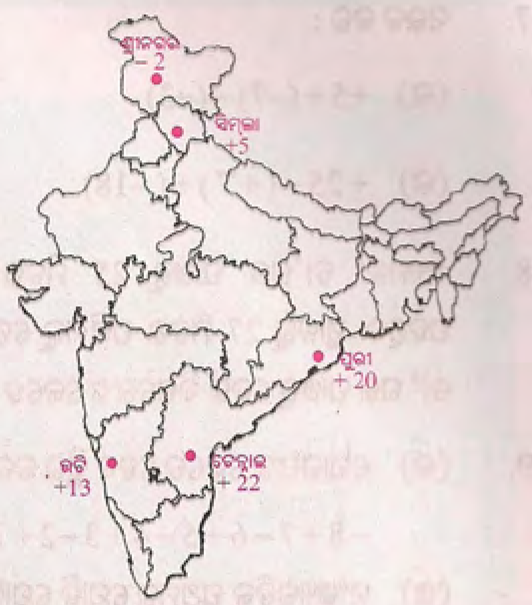
(କ)



(ଖ)



2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ମାନଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ବିଭିନ୍ନ ସ୍ଥାନର ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦିନର ସର୍ବନିମ୍ନ ତାପମାତ୍ରା ସେଲସିଅସ୍ ଡିଗ୍ରୀରେ ଦିଆଯାଇଛି। ଏହାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ।



(କ) କେଉଁ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ସର୍ବାଧିକ ?

(ଖ) କେଉଁ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ସର୍ବନିମ୍ନ ?

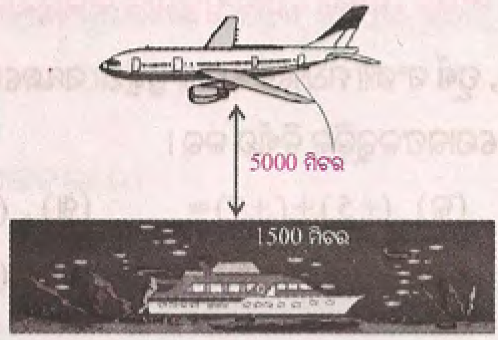
(ଗ) କେଉଁ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ବେଙ୍ଗାଲୁରୁର ତାପମାତ୍ରାଠାରୁ 8 ଡିଗ୍ରୀ କମ୍ ?

(ଘ) ଶ୍ରୀନଗର ଓ ଉଟିର ତାପମାତ୍ରା ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରାର୍ଥକ୍ୟ କେତେ ?

(ଙ) କେଉଁ ଦୁଇଟି ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ 16 ଡିଗ୍ରୀ ?

3. ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣଜ୍ଞାନ ପ୍ରତିଯୋଗିତାରେ ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି +1 ନମ୍ବର ଓ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି −1 ନମ୍ବର ଦିଆଯାଏ। ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରତିଯୋଗୀକୁ ଚାରୋଟି ପାଳିରେ ପ୍ରଶ୍ନ ପଚରାଯାଏ ଓ ପ୍ରତିପାଳିରେ 25 ଟି ପ୍ରଶ୍ନ ପଚରା ଯାଏ। ମନିଷାକୁ ଚାରୋଟି ପାଳିରେ ପଚରାଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନ ଲାଗି ସେ ପାଇଥିବା ନମ୍ବରଗୁଡ଼ିକ ହେଲା 7, −3, 5 ଓ −5 । ତେବେ ସେ ମୋଟ କେତେ ନମ୍ବର ପାଇଲା ?

4. ଏକ ସମୟରେ ଗୋଟିଏ ଉଡ଼ାଜାହାଜ ସମୁଦ୍ରପତନ ଠାରୁ 5000ମି. ଉପରେ ଉଡୁଥିବା ବେଳେ ଏକ ବୁଡ଼ାଜାହାଜ ସମୁଦ୍ର ପତନ ଠାରୁ 1500ମି. ଗଭୀରତାରେ ଗତି କରୁଥିଲା। ତେବେ ସେହି ସମୟରେ ଉକ୍ତ ଜାହାଜ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ?



5. ଗୋଟିଏ କୁହୁକ ବର୍ଗରେ ଡାହାଣରୁ ବାମକୁ, ଉପରୁ ତଳକୁ ବା ଗୋଟିଏ କଣରୁ ବିପରୀତ କଣକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ସମାନ। ଏବେ କହ, ନିମ୍ନରେ ଥିବା ବର୍ଗ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ପୂର୍ବ ସମ୍ପର୍କ ଥିବା ଏକ କୁହୁକବର୍ଗ ?

+2	−8	0
−3	+1	−4
+4	−6	−7

−7	+4	−6
−2	−3	−4
0	−10	+1

6. a ଓ b ଲାଗି ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନ ନେଇ $a-(-b)=a+b$ ଏହାର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର।

(କ) $a=12, b=15$ (ଖ) $a=225, b=321$

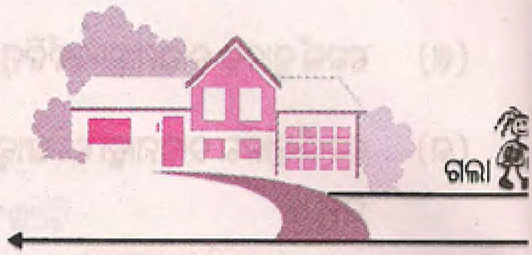
(ଗ) $a=-8, b=0$ (ଘ) $a=-18, b=+16$

7. ସରଳ କର :

(କ) $+5+(-7)-(-3)$ (ଖ) $-18+(-3)-12$

(ଗ) $+25-(+7)+(-18)$ (ଘ) $-35-(-20)+(-14)$

8. ଶ୍ୟାମଳୀ ତା'ଘର ପାଖରୁ 25 ମିଟର ପୂର୍ବକୁ ଗଲାପରେ ପହଞ୍ଚିବା ସ୍ଥାନରୁ 27 ମିଟର ପଶ୍ଚିମକୁ ଫେରିଲା । ତେବେ ସେ ତା' ଘର ପାଖରୁ କେଉଁ ଦିଗରେ ଓ କେତେ ଦୂରରେ ପହଞ୍ଚିଲା ?



9. (କ) ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେବ ସ୍ଥିର କର ।

$-8+7-6+5-4+3-2+1$

(ଖ) ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରଥମରୁ ଯୋଡି ଯୋଡି କରି ନେଇ ତା'ପରେ ଯୋଗଫଳ କେତେ ସ୍ଥିର କର ।

(ଗ) ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

$(-4)+(-3)+(-2)+(-1)+0+(+1)+(+2)+(+3)+(+4)$

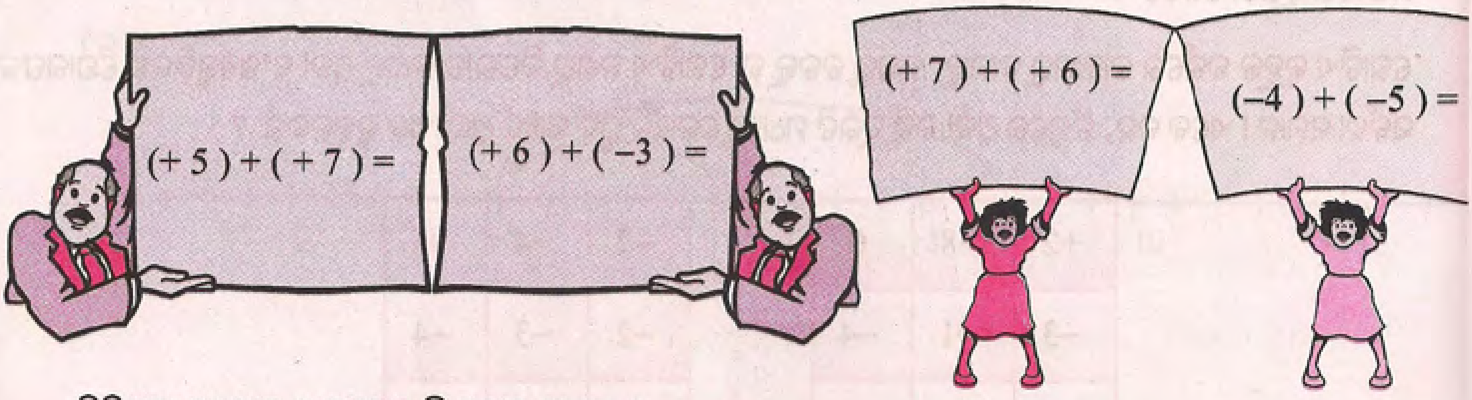
1.2. ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବିଭିନ୍ନ ଧର୍ମ

ଆସ, ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ନିମ୍ନ ଯୋଗଫଳଗୁଡ଼ିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) $(+5)+(+7)=$ (ଖ) $(+6)+(-3)=$

(ଗ) $(-7)+(+6)=$ (ଘ) $(-4)+(-5)=$



ମିଳିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଗଫଳ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ?

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ, ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରି କୁହ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ –

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଏଣୁ ଆମେ କହୁ : ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଯୋଗଫଳ ଗୁଡ଼ିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) $(+3)+(+5) =$, $(+5)+(+3) =$

(ଖ) $(+8)+(-7) =$, $(-7)+(+8) =$

(ଗ) $(-3)+(+4) =$, $(+4)+(-3) =$

(ଘ) $(-4)+(-2) =$, $(-2)+(-4) =$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିରେ ଥିବା ଦୁଇଟିଯାକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଉଛି କି ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

$(+3)+(+5)=+8$ ଏବଂ $(+5)+(+3)=+8$

ଅର୍ଥାତ୍ +3 ସହ +5 ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ଯେତେ, +5 ସହ +3 ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ସେତେ ।

ଅନ୍ୟ ତିନୋଟି ଯୋଗଫଳକୁ ମଧ୍ୟ ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ଲେଖ । ଏଥିରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ଲେଖ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର,

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ କ୍ରମ ବଦଳାଇ ଯୋଗକଲେ, ଯୋଗଫଳ ବଦଳେ ନାହିଁ ।

ଆମେ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ a ଓ ଅନ୍ୟ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ b ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଇଲେ, ଉପରେ କହିଥିବା କଥାକୁ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା ।

$$\boxed{\mathbf{a + b = b + a}}$$

ଏଣୁ ଆମେ କହୁ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ଆସ, ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟିର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

$(-3)+\{(-5)+(-2)\} =$

$\{(-3)+(-5)\}+(-2) =$

- ପ୍ରଥମ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ କେତେ ପାଇଲ ?
- ଦ୍ୱିତୀୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ କେତେ ପାଇଲ ?
- ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଲା କି ?
- ଏଥିରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

ଅର୍ଥାତ୍ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲାବେଳେ, ସେ ତିନୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ଯୋଗକରି ପାଇଥିବା ଯୋଗଫଳ ସହ ବଳକା ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲେ ଏକା ଯୋଗଫଳ ମିଳିଥାଏ ।

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ ଏହାହିଁ ଜାଣିଥିଲେ ।

ସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟିକୁ a, b ଓ c ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କଲେ ଉପରେ ଦେଖିଥିବା ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଗୁଣକୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା ।

a, b, c ତିନୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
$$\mathbf{a + (b + c) = (a + b) + c}$$

ଅର୍ଥାତ୍ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।

- ଆମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛୁ -

$5+0=5$
$9+0 = 9$
$74+0 = 74$

ଆହୁରି ମଧ୍ୟ କହିପାରିବା-

$(-3)+0 = (-3)$

ଜାଣିଛ କି ?
ଶୂନ (0) କୁ ଯୋଗ
ଅଭେଦ ବୋଲି କୁହାଯାଏ

ତୁମେ କୁହ -

(i) $(-7)+0 = ?$ (iii) $(-27)+0 = ?$
(ii) $(-12)+0 = ?$ (iv) $0+(-43) = ?$

ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ସଙ୍କେତ a ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଉପରେ ଦେଖିଥିବା ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟାର ଗୁଣକୁ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରି

a ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
$\mathbf{a + 0 = 0 + a = a}$

ଆମେ ଦେଖିଲେ, ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନକୁ ଯୋଗକଲେ, ଯୋଗଫଳ ମୂଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହୁଏ ।

ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଏହି ଗୁଣକୁ **ଅଭେଦ ନିୟମ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନକରି ପାଇଥିବା ଯୋଗଫଳକୁ ଶୂନ୍ୟ କୋଠରିରେ ଲେଖ ।

(i) $(+5)+(-5) =$
(ii) $(+8)+(-8) =$
(iii) $(-12)+(+12) =$
(iv) $(-15)+(+15) =$

କହିଲ ଦେଖି :
ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କରେ ଥିବା ତାରକା ଚିହ୍ନିତ ସ୍ଥାନରେ କ'ଣ ଲେଖାଯିବ ?

(i) $(-7)+(*) = -7$
(ii) $(*)+(-4) = -4$
(iii) $(-18)+(*) = -18$
(iv) $(*)+(-28) = -28$

ଆମେ ଦେଖିଲେ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଏପରି ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି, ଯେପରିକି ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଶୂନ ହେବ । ସେହିପରି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଏପରି ଏକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି, ଯେପରିକି ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ଶୂନ ହେବ । ଏହିପରି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ । ଅର୍ଥାତ୍, ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ହେଉଛି ଶୂନ ।

ଜାଣିଛ କି ?
+4 ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା -
(–5) ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା

ଏହି ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ପରସ୍ପର **ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ** କୁହାଯାଏ ।

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଉପରୋକ୍ତ କଥାକୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା ।

a ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ
$a + (-a) = (-a) + a = 0$

କହିଲ ଦେଖି :
ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବିଲୋମୀ ନିୟମ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ନଥିଲା କାହିଁକି ?

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଏହି ଗୁଣକୁ **ବିଲୋମୀ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ ।

✍ ଉତ୍ତର ଲେଖ -

1. ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ।
   (କ) ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ଓ ଅନ୍ୟଟି ଋଣାତ୍ମକ ହୋଇଥିବ ।
   (ଖ) ଦୁଇଟି ଯାକ ଋଣାତ୍ମକ ହୋଇଥିବ ।
   (ଗ) ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଶୂନ ହୋଇଥିବ ।
2. ଏପରି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ
   (କ) ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ।
   (ଖ) ଲେଖିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକ ଠାରୁ ସାନ ଓ ଅନ୍ୟଟିଠାରୁ ବଡ଼ ।
   (ଗ) ଲେଖିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଠାରୁ ବଡ଼ ।
3. ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯେପରିକି ସେ ଦୁଇଟିର ବିୟୋଗଫଳ
   (କ) ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ।
   (ଖ) ଲେଖିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ।
   (ଗ) ଲେଖିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବଡ ।
   (ଘ) ଶୂନ

ଜାଣିଛ କି ?
$(-3)+(-5)=-8$, ଏହି ଯୋଗକ୍ରିୟାର ଯୋଗଫଳ ମିଶାଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ।

1.3. ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଧର୍ମ :

(କ) ଆସ ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗ ଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଶୂନ୍ୟ କୋଠରିରେ ବିୟୋଗଫଳ ଲେଖ ।

(i) $(+5)-(+3) = \boxed{}$ (ii) $(+8)-(-2) = \boxed{}$

(iii) $(+2)-(+5) = \boxed{}$ (iv) $(-3)-(-4) = \boxed{}$

(v) $(-5)-(-2) = \boxed{}$ (vi) $(-4)-(-4) = \boxed{}$

ଉପରୋକ୍ତ ବିୟୋଗଫଳଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ କହ ଓ ଲେଖ । ଏଣୁ ଦେଖିଲେ, ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା । ଅର୍ଥାତ୍ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ **ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

କହିଲ ଦେଖି :
ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରିବାର ଦେଖିଥିଲ କି ? କାରଣ କ'ଣ ?

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲାଗି a ଓ b କୁ ସଙ୍କେତ ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରି ସବୃତ୍ତି ନିୟମକୁ ନିମ୍ନ ମତେ ଲେଖିପାରିବା

a ଓ **b** ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ
a – b ସର୍ବଦା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

ଜାଣିରଖ :

$5+(-3)$ ଯାହା $5-3$ ତାହା

ଅର୍ଥାତ୍ $5+(-3)=5-3$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଏଠାରେ $5+(-3)$ ହେଉଛି ଏକ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା, ଯାହାକୁ $5-3$ ଭାବେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିଲା । $(5-3)$ ହେଉଛି ଏକ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା । ଏହା କୁହାଯାଇପାରେ ଯେ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ, ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ଓ ଅଭେଦ ନିୟମ ପାଳନ କରେ । ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଉପରୋକ୍ତ ନିୟମମାନ ପାଳନ କରେ କି ? ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.2

1. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ । ଠିକ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ '✓' ଚିହ୍ନ ଓ ଭୁଲ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ '×' ଚିହ୍ନ ବସାଅ ।
   (କ) ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।
   (ଖ) ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ।
   (ଗ) ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ହେଉଛି 0 ।
   (ଘ) ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ସାନ ସଂଖ୍ୟାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଇ ପାରିବ ନାହିଁ ।
   (ଙ) ଶୂନରୁ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କଲେ ବିୟୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ଋଣାତ୍ମକ ହେବ ।

2. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।
   (କ) $(+3)+(\quad)=0$
   (ଖ) $(-7)+(\quad)=0$
   (ଗ) -8 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି ( ) ।
   (ଘ) 0 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି ( ) ।
   (ଙ) ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ( ), ତା' ନିଜର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ଅଟେ ।

3. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଡାହାଣରେ ଥିବା ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଶବ୍ଦକୁ ବାଛି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ଲେଖ ।
   (କ) +3 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ଅପେକ୍ଷା +3 ( ) । [ବଡ ବା ସାନ]
   (ଖ) +5 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ଅପେକ୍ଷା −5 ( ) । [ବଡ ବା ସାନ]

4. (କ) ଏପରି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ ଲେଖିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବଡ।

(ଖ) ଏପରି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ ଲେଖିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ।

5. $>, =, <$ ମଧ୍ୟରୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଚିହ୍ନଟି ବାଛି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ବସାଅ।

(କ) $+3$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $\boxed{}$ -3 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ।

(ଖ) -5 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $\boxed{}$ -7 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ।

(ଗ) 3 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $\boxed{}$ 5 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ।

(ଘ) $+9$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $\boxed{}$ -4 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ।

(ଙ) -4 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $\boxed{}$ 0 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ।

1.4. ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ଆମେ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ। ବର୍ତ୍ତମାନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ତିନି ପ୍ରକାର। ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା - ଧନାତ୍ମକ, ଋଣାତ୍ମକ ଓ ଶୂନ। ଏଣୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯେ କୌଣସି ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆଲୋଚନା କଲାବେଳେ ଆମେ -

(କ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

(ଖ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନର ଗୁଣନ

(ଗ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

(ଘ) ଶୂନ ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

(ଙ) ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

(ଚ) ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

ଏହି ଭଳି ଛଅ ଗୋଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଉକ୍ତ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଆଲୋଚନା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ।

(କ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

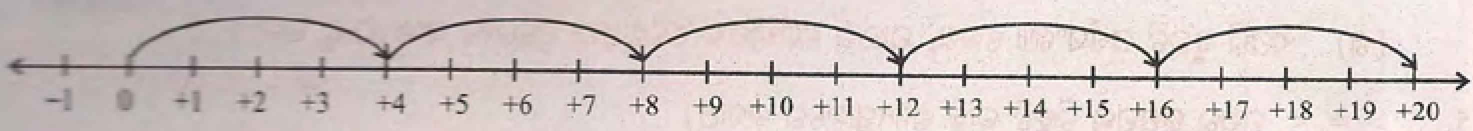
ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା ବେଳେ ଆମେ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ। ଏଠାରେ ଗୁଣନକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିକ ଯୋଗ ରୂପେ ନିଆଯାଇଥିଲା।

ଏଣୁ $5\times3=3+3+3+3+3$ ବା $5+5+5$

ଫଳରେ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନକୁ ମଧ୍ୟ ଉକ୍ତ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିକ ଯୋଗ ରୂପେ ନିଆଯିବ।

ଯଥା :
$$\begin{aligned}(+5)\times(+4) &= (+4)+(+4)+(+4)+(+4)+(+4)\\ &=(+8)+(+4)+(+4)+(+4)\\ &=(+12)+(+4)+(+4)\\ &=(+16)+(+4)\\ &=+20\end{aligned}$$

ଆସ, ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଦେଖାଇବା :



ତୁମେ ସେହିଭଳି $(+6)\times(+3)$ ଓ $(+4)\times(+7)$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣଫଳ ଲେଖ ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବା ଯେ,

ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ।

(ଖ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନର ଗୁଣନ :

ଆମେ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆଲୋଚନା ବେଳେ ମଧ୍ୟ ଆମେ ଶୂନ ସହ ଏକ ଅଣଶୂନ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରିଛନ୍ତି ।

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଛୁ -

$5 \times 0 = 0$ ବା $(+5)\times 0 = 0$

$0 \times 3 = 0$ ବା $0\times(+3) = 0$

(ଗ) ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

ତୁମେ ଜାଣିଛ - $(+4) \times (+5) = 4 \times 5$

$= 5+5+5+5$

$= 20$

ଅର୍ଥାତ୍ 4×5 ହେଉଛି 4 ଗୋଟି 5 ର ଯୋଗ । ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନକୁ ସେହି ଭାବରେ ଅର୍ଥାତ୍ କ୍ରମିକ ଯୋଗ ରୂପରେ ଲେଖି ପାରିବା କି ? ହଁ, ଲେଖିପାରିବା । ଅନ୍ୟ କଥାରେ, $4\times(-5)$ କୁ ଆମେ 4 ଗୋଟି -5 ର ଯୋଗ ରୂପେ ଲେଖିପାରିବା । ଯେପରି ;

$(+4) \times (-5) = 4 \times (-5)$

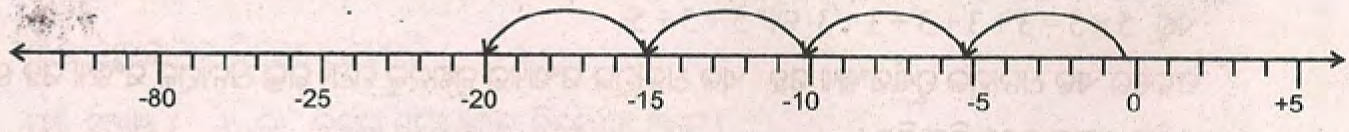
$= (-5)+(-5)+(-5)+(-5)$

$= (-10)+(-5)+(-5)$

$= (-15)+(-5)$

$= -20$

ଆସ, ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗକାର୍ଯ୍ୟ କରିବା-



ଆମେ ଦେଖିଲେ $(-5)+(-5)+(-5)+(-5) = -20$

ଏଣୁ $4 \times (-5) = -20$

ସଂଖ୍ୟାରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମେ ନିଜେ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର-

(କ) $3\times(-2)$ (ଖ) $4\times(-3)$ (ଗ) $5\times(-5)$ (ଘ) $5\times(-8)$

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା × ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା = ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

ଯଥା :

ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟି	ଗୁଣଫଳ	ଗୁଣଫଳର ଅନ୍ୟରୂପ
3, (−2)	−6	−(3×2)
4, (−3)	−12	−(4×3)
5, (−5)	−25	−(5×5)

ଉପରୋକ୍ତ ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ମତେ ସଂକ୍ଷେପରେ ଲେଖିବା

$4 \times (-5) = -(4\times 5) = -20$

$5\times(-3) = -(5\times 3) = -15$

(ଘ) ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

ନିମ୍ନ ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର-

$4 \times 3 = 12$

$3 \times 3 = 9 \quad = 12-3$

$2 \times 3 = 6 \quad = 9-3$

$1 \times 3 = 3 \quad = 6-3$

$0 \times 3 = 0 \quad = 3-3$

$-1 \times 3 \quad = 0-(3) = -3$

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର,

ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣକ ସମାନ। ଗୋଟିଏ ପାଦରୁ ତା ପରବର୍ତ୍ତୀ ପାଦକୁ ଯିବା ବେଳକୁ ଗୁଣ୍ୟ 1 କମି କମି ଯାଉଛି ଓ ତଦନୁଯାୟୀ ଗୁଣଫଳ ମଧ୍ୟ 3 କମି କମି ଯାଉଛି।

ପରବର୍ତ୍ତୀ ପାଦଗୁଡ଼ିକ ନିଜେ ପୂରଣ କର।   (ଉପର କାର୍ଯ୍ୟଭଳି)

$-2\times 3 = \quad -3-(\quad) =$ .... [ପୂର୍ବ ଗୁଣଫଳରୁ 3 କମ୍]

$-3\times 3 = (\quad)-(\quad) =$ .... [ପୂର୍ବ ଗୁଣଫଳରୁ 3 କମ୍]

$-4\times 3 = (\quad)-(\quad) =$ .... [ପୂର୍ବ ଗୁଣଫଳରୁ 3 କମ୍]

ଆମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛୁ, $3\times(-4) = -12$

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ, $(-3)\times 4 = -12 = 4\times(-3)$

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ନିମ୍ନ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା।

$-3 \times 5 = 5\times(-3) = -(5\times 3) = -15$

ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର :

$-4\times 6 = 6\times$(..........) = −(..........×.........) = ...

$-3\times 8 =$ ....×(−3) = −(..........×.........) = ...

$-5\times 4 =$ ....×(..........) = −(..........×..........) = ...

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

$3 \times (-5) = -(3\times5)$

$3 \times (-5) = -[\,3\times($–5 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ$)]$

$= -(3\times5) = -15$

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀକୁ ସାଧାରଣ ଭାବେ ନିମ୍ନ ମତେ କୁହାଯାଇ ପାରେ ।

> **a** ଓ **b** ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
> ହେଲେ, $\mathbf{a\times(-b)=(-a)\times b=-(a\times b)}$

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> 3×-5 କୁ $-[3 \times (-5)$ ର ଯୋଗତ୍ମକ ବିଲୋମୀ$]$ ଭାବେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ।

1. ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(କ) $8 \times(-12)$ (ଖ) $14\times(-9)$ (ଗ) $(-18)\times8$ (ଘ) $(-16)\times12$ (ଙ) $(-15)\times16$

2. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର :

(କ) $15 \times(-18) = -(15 \times$........$) =$ ....

(ଖ) $16 \times(-12) = -($........$\times 12) =$ ....

(ଗ) $(-18) \times12 = -($........$\times$........$) =$ ....

(ଘ) $(-21) \times14 = -($........$\times$........$) =$ ....

(ଙ) (........) $\times (-18) = (-18) \times 16 = -($........$\times$........$) =$ ....

(ଙ) ଦୁଇଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

ତୁମେ $5 \times(-4)$ ଏବଂ $(-7)\times 6$ ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଜାଣିଛ । ବର୍ତ୍ତମାନ $(-4)\times(-3)$ ର ଗୁଣଫଳ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବ ଆସ ଦେଖିବା ।

ତୁମେ ଜାଣିଛ -

$-4\times3=-12$

$-4\times2=-8=-12+4=-12-(-4)$

$-4\times1=-4=-8+4=-8-(-4)$

$-4\times0=0=-4+4=-4-(-4)$

ସେହିପରି $-4\times(-1)$

$= 0+4$

$= 0-(-4)$

$=+4$

> **କହିଲ ଦେଖି :**
> ଏହି ଧାଡ଼ିଗୁଡ଼ିକରେ ତୁମେ କୌଣସି ସଂରଚନା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ କି ?
> ଗୁଣକ (ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ଥିବା ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା) କୁ 1 କମାଇବା ଫଳରେ ଗୁଣଫଳ କେତେ କମୁଥିବାର ଦେଖିଲ ?

ଏବେ ସେହିଭଳି ପରବର୍ତ୍ତୀ ଧାଡ଼ିଗୁଡ଼ିକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କର ।

$(-4)\times(-2)= 4-(-4) = 4+$........ $=$.........

$(-4)\times(-3)= 8-($......$) =$ ......$+$.......$=$.........

(କ) $(-4) \times (-3)$ ଯେପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଗଲା, ସେହିଭଳି $(-5) \times 4$ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି $(-5) \times (-6)$ ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(ଖ) $(-6) \times 3$ ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି $(-6) \times (-7)$ ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲେ ଦେଖିବା-

$(-4) \times (-3) = +12$ (ଅର୍ଥାତ୍ $(-4) \times (-3) = (+4) \times (+3)$)

ଦୁଇଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ

= ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀର ଗୁଣଫଳ।

ଜାଣିଛ କି ?

$-a$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ = a

ଏବଂ $-b$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $= b$

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ନିମ୍ନଭଳି କହିପାରିବା।

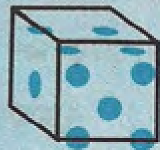
a ଓ b ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, $(-a) \times (-b) = +(a \times b)$

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ନିମ୍ନରେ ଦେଖାଯାଇଥିବାଭଳି ବୋର୍ଡ଼ଟିଏ ନିଅ, ଯେଉଁଥିରେ – 71 ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି +71 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଲେଖାଯାଇଥିବ।

–71	–70	–69	–68	–67	–66	–65	–64	–63	–62	–61
–50	–51	–52	–53	–54	–55	–56	–57	–58	–59	–60
–49	–48	–47	–46	–45	–44	–43	–42	–41	–40	–39
–28	–29	–30	–31	–32	–33	–34	–35	–36	–37	–38
–27	–26	–25	–24	–23	–22	–21	–20	–19	–18	–17
–6	–7	–8	–9	–10	–11	–12	–13	–14	–15	–16
–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71

- ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ ଚାରୋଟି ଗୋଟି ନିଆଯାଉ । ଗୋଟି ଚାରୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି ଧଳା ଓ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି କଳା କରାଯାଉ ।
- ଧଳା ଗୋଟି ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଧନାତ୍ମକ ବୋଲି ବିଚାର କରାଯାଉ ଓ କଳା ଗୋଟି ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଋଣାତ୍ମକ ବୋଲି ବିଚାର କରାଯାଉ ।



- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖେଳାଳି ଗୋଟିଏ ସାର ବ୍ୟବହାର କରିବ ଓ ଖେଳ ଆରମ୍ଭରେ ସେ ସାରକୁ ବୋର୍ଡ଼ର ଶୂନ ଲେଖାଥିବା କୋଠରିରେ ରଖିବ । ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଖେଳାଳି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ରଙ୍ଗର ସାର ବ୍ୟବହାର କରିବେ ।
- ଜଣେ ଖେଳାଳି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ଥଳି ଭିତରକୁ ନ ଦେଖି ଦୁଇଟି ଗୋଟି ଆଣିବ ଓ ସେ ଦୁଇଟିକୁ ଗଡ଼ାଇଦେବ । ଗୋଟି ଦୁଇଟିରୁ ମିଳିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଗୁଣି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବ । ସେହି ଗୁଣଫଳ ହେବ ତା'ର ସଂଖ୍ୟା । ତା'ପରେ ଗୋଟି ଦୁଇଟିକୁ ପୁଣି ଥଳିରେ ରଖିଦେବ ।
- ଗୁଣଫଳଟି ଧନାତ୍ମକ ହେଲେ ତା'ର ସାରକୁ ସେ ସେତିକି ଘର +71 ଆଡକୁ ନେବ । ଗୁଣଫଳଟି ଋଣାତ୍ମକ ହେଲେ ତା'ର ସାରକୁ ସେ ସେତିକି ଘର –71 ଆଡକୁ ନେବ ।
- ଯେ ପ୍ରଥମେ +71 ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ, ସେ ଜିତିବ ।

ଯଦି ଦୁଇଜଣରୁ ଅଧିକ ପିଲା ଖେଳୁଥାଆନ୍ତି, ତା' ହେଲେ ଜିତିବା ଖେଳାଳିକୁ ଛାଡ଼ି ଅନ୍ୟମାନେ ତାଙ୍କର ଖେଳରେ ଆଗେଇବେ ।

ଜଣକ ପରେ ଜଣେ ଜିତିବ । ଯାହାର ସାର ପ୍ରଥମେ +71ରେ ପହଞ୍ଚିବ ସେ ହେବ ପ୍ରଥମ, ଯେ ତା'ପରେ ଜିତିବ ସେ ହେବ ଦ୍ୱିତୀୟ । ଏହିଭଳି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରଥମ, ଦ୍ୱିତୀୟ, ତୃତୀୟ ଆଦି ବଛାହେବେ ।

ପ୍ରଥମ ହୋଇଥିବା ପିଲା ପାଇବ 10 ପଏଣ୍ଟ, ଦ୍ୱିତୀୟ ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରିଥିବା ପିଲା, ପାଇବ 8 ପଏଣ୍ଟ, ସେହିପରି ତୃତୀୟ ଓ ଚତୁର୍ଥ ସ୍ଥାନ ପାଇଥିବା ପିଲା ଯଥାକ୍ରମେ 5 ଓ 3 ପଏଣ୍ଟ ପାଇବେ ।

ଏହିପରି ଗୋଟିଏ ବାଜି ଖେଳ ସରିବା ପରେ ଆଉ ଗୋଟିଏ ବାଜି ଖେଳ କରାଯିବ । ଉଭୟ ବାଜିପରେ ବିଜୟୀ ଖେଳାଳୀ କିଏ ହେଲା ସ୍ଥିର କରାଯିବ ।

1.4.1 ତିନୋଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ, ଦୁଇଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା । ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଆମେ ଜାଣିଛେ ଯେ, ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଜାଣିଛ କି ?
ଗଣିତଜ୍ଞ ଅଏଲର୍ (1770 ଖ୍ରୀ.ଅ.) ପ୍ରଥମେ ପ୍ରମାଣ କରିଥିଲେ ଯେ $(-1)\times(-1)=+1$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସ, ତିନୋଟି ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ କରିବା । ତିନୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣିବା ବେଳେ ଆମେ କିପରି ଗୁଣନ କରିଥାଉ ?

(କ) $(-5)\times(-3)\times(-4) = \{(-5)\times(-3)\}\times(-4)$

$= \{+(5\times3)\}\times(-4)$ (କାରଣ କ'ଣ ?)

$= (+15)\times(-4)$

$= -(15\times4) = -60$

ଆମେ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କରିଥାଉ ଓ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳରେ ତୃତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଗୁଣନ କରିଥାଉ ।

(ଖ) $(-5)\times(-3)\times(-4)\times(-2) = \{(-5)\times(-3)\times(-4)\}\times -2$

$= \{(-60)\times(-2)$ [(କ)ରେ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳ ନିଆଗଲା]

$= +(60\times 2) = +120$

(ଗ) $(-5)\times(-3)\times(-4)\times(-2)\times(-6) = \{(-5)\times(-3)\times(-4)\times(-2)\}\times(-6)$

$= (+120)\times(-6)$ [(ଖ)ରେ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳ ନିଆଗଲା]

$= -(120\times 6) = -720$

ଉପରେ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । କ'ଣ ଦେଖୁଛ ?

- ଦୁଇଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।
- ତିନୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।
- ଚାରୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।
- ପାଞ୍ଚଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ତଳେ ଥିବା ସାରଣୀ ପୂରଣ କର ।

କେତୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଗୁଣନ କରିବା	ଗୁଣଫଳ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେବ ?
ଦୁଇଟି	ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
ତିନୋଟି	
ଚାରୋଟି	
ପାଞ୍ଚଟି	
ପାଞ୍ଚଟି	
ଛଅଟି	
ସାତଟି	
ଆଠଟି	
ନଅଟି	
ଦଶଟି	

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

- ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।
- ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

$(-1)\times(-1)=+1$

$(-1)\times(-1)\times(-1)=$.................

$(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)=$.................

$(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)=$.................

$(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)=$.................

(କ) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ -1 କୁ ନେଇ ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେବ ?

(ଖ) ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ -1 କୁ ନେଇ ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେବ ?

ଉତ୍ତର ସ୍ଥିର କର :

(କ) $(-3)\times(-5)\times(-2)\times(-7)$ ର ଗୁଣଫଳ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ?

(ଖ) $(-3)\times(-5)\times(+2)\times(-7)$ ର ଗୁଣଫଳ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ?

(ଗ) ଉପରିସ୍ଥ ଗୁଣଫଳ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ କେଉଁଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ?

(ଘ) ଉପରିସ୍ଥ ଗୁଣଫଳ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଉଥିବା ବେଳେ ଅନ୍ୟଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲା କାହିଁକି ?

(ଙ) ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ କି ପ୍ରକାର ଚିହ୍ନ ବିଶିଷ୍ଟ ହେବ ?

(i) ପାଞ୍ଚଗୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ଦୁଇଗୋଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

(ii) ଦୁଇଗୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ପାଞ୍ଚଗୋଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

(iii) ତିନିଗୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ପାଞ୍ଚଗୋଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

(iv) ଆଠଗୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ସାତଗୋଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

1.5 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବିଭିନ୍ନ ଧର୍ମ

ଆସ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ କିଛି ଜାଣିବା ।

(କ) ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସବୃତ୍ତି ନିୟମ :

ନିମ୍ନସ୍ଥ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ଓ ଗୁଣଫଳ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ-

ଯେପରି : $(-3)\times(+4) = -12$	ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
$(+5)\times(+7) =$	....
$(+6)\times(-4) =$	....
$(-5)\times(+8) =$	....
$(-7)\times(-6) =$	....

କହିଲ ଦେଖି :
ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ କ'ଣ ?

• ଏଥିରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରୁ ଗୁଣଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଏପରି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କହିପାରିବ କି ଯାହାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ?

ପିଲାମାନେ ସମସ୍ତେ କହିଲେ-

''ଏଭଳି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ଯାହାର ଗୁଣଫଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ।''

ଏଣୁ ସମସ୍ତେ ଜାଣିଲେ-

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ସର୍ବଦା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା।

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ସାଧାରଣ ଭାବରେ କହି ପାରିବା -

a ଓ b ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ
$a \times b$ ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

ଅର୍ଥାତ୍,

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ।

(ଖ) ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ :

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ ଲେଖ। ସେହି ଗୁଣଫଳ ଦୁଇଟିକୁ ଦେଖି ତୃତୀୟ ସ୍ତମ୍ଭରେ ତୁମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଲେଖ।

ପ୍ରଥମ ସ୍ତମ୍ଭ	ଦ୍ୱିତୀୟ ସ୍ତମ୍ଭ	ତୃତୀୟ ସ୍ତମ୍ଭ
$(+4)\times(-5) = -20$	$(-5)\times(+4) = -20$	$(+4)\times(-5)=(-5)\times(+4)$
$(+6)\times(+7) =$	$(+7)\times(+6) =$	
$(-8)\times(+9) =$	$(+9)\times(-8) =$	
$(-12)\times(-5) =$	$(-5)\times(-12) =$	
$(+18)\times(-4) =$	$(-4)\times(+18) =$	
$(+16)\times(-12) =$	$(-12)\times(+16) =$	
$(-12)\times 0 =$	$0 \times (-12) =$	

ତୁମେ ଉପର ସାରଣୀରୁ କ'ଣ ଦେଖିଲ ଲେଖ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

''ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କଲା ପରେ ପୁଣି କ୍ରମ ବଦଳାଇ ଗୁଣିଲେ ସମାନ ଗୁଣଫଳ ମିଳେ।''

ଆମେ ଜାଣିଲେ -

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମବିନିମୟୀ।

ଆମେ ସାଧାରଣ ଭାବରେ କହୁ-

a ଓ b ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ
$a \times b = b \times a$

(ଗ) ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅଭେଦ :

ଯୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅଭେଦ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ ଆଲୋଚନା କରିସାରିଛୁ ।

$3+0=3$, $-5+0=-5$ ଆଦି ଦେଖି ଆମେ ଜାଣିଲୁ ଯେକୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହୁଏ । ତେଣୁ 0 ହେଉଛି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ।

ସେହିପରି ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଜାଣିଛୁ-

$+5\times 1=+5$

$0\times 1=0$

$-7\times 1=-7$

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେଣି ଯେ କୌଣସି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନକଲେ ଗୁଣଫଳ ସେହି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ ।

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି କହିଲେ, ଆମେ କହିବା -

a ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
$a\times 1=1\times a=a$

ଏହାକୁ ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ, **ଅଭେଦ ନିୟମ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ଏବଂ 1 କୁ **ଗୁଣନାତ୍ମକ ଅଭେଦ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

କହିଲ ଦେଖି, ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ -1 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେବ ? ନିମ୍ନ ଗୁଣନ କ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସମ୍ପାଦନ କର ।

$(-4)\times(-1) = +(4\times 1) = +4$ [$+4$ ହେଉଛି -4 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ]

$(+3)\times(-1) = -(3\times 1) = -3$ [-3 ହେଉଛି $+3$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ]

$(-7)\times(-1) =$

$(-1)\times(+15) =$

$(-1)\times(-8) =$

$(+15)\times(-1) =$

ଜାଣିଛ କି ?
a ର ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ହେଉଛି $-a$
$-a$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ହେଉଛି a

ତୁମେ ଯାହା ଦେଖିଲ ତାକୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନ ମତେ କହିବା-

a ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
$a\times(-1)=(-1)\times a=-a$ ଓ ଏହା a ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ

(ଘ) ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ :

ଆସ, -3, -2 ଓ 5 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟିକୁ ନେଇ ଗୁଣନ କରିବା ।

$[(-3)\times(-2)]\times 5=(+6)\times(+5)=+30$

$(-3)\times[(-2)\times 5]=-3\times(-10)=+30$

ପ୍ରଥମେ, -3 ଓ -2 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଗୁଣଫଳକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ଏବଂ ଗୁଣଫଳ ପାଇଲେ $+30$ ।

ପରେ, -3କୁ -2 ଓ 5 ର ଗୁଣଫଳ ସହ ଗୁଣନ କଲେ ଓ ଗୁଣଫଳ ପାଇଲେ $+30$ ।

ଏଣୁ ଦେଖିଲେ-

$[(-3)\times(-2)]\times 5=-3\times[(-2)\times 5]$

ତିନୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କଲାବେଳେ, କେଉଁ ଦୁଇଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ଗୁଣନ କରାଗଲା, ତା' ଉପରେ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଭର କଲା କି ? ନା, ଗୁଣଫଳ ତା' ଉପରେ ନିର୍ଭର କଲା ନାହିଁ।

ଏହି କଥାକୁ ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ନିମ୍ନମତେ ଲେଖିଥାଉ।

a, b ଓ c ତିନୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ।

$$(a\times b)\times c = a\times (b\times c)$$

ଆମେ ଜାଣୁ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା **ସହଯୋଗୀ ନିୟମ** ପାଳନ କରେ।

ଆମେ କେବଳ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକାଥରେ ଗୁଣନ କରିପାରୁ। ଏଣୁ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣନ କଲାବେଳେ ପ୍ରଥମେ ସେ ତିନୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟିକୁ ହିଁ ଗୁଣନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ।

ତିନୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ଆମେ କେଉଁ ଦୁଇଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ଗୁଣନ କଲେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଗୁଣନ କ୍ରିୟା ସହଜ ହେବ ଏହା ଚିନ୍ତାକରୁ ଓ ସେହି ଅନୁଯାୟୀ ଆମେ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଗୁଣନ କରୁ ।

ଯଥା : -8, -7 ଓ -5 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା। ଆସ, କେତେ ପ୍ରକାରେ ଆମେ ଏହି ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରିବା ସମ୍ଭବ ତାହା ଦେଖିବା।

ପ୍ରଥମ ପ୍ରକାର - $[(-8)\times(-7)]\times(-5) =$

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରକାର - $(-8)\times[(-7)\times(-5)] =$

ତୃତୀୟ ପ୍ରକାର - $[(-8)\times(-5)]\times(-7) =$

କହିଲ ଦେଖି :
ଏହି ତିନୋଟି ପ୍ରକାର ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ପ୍ରକାରରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରିବା ତୁମ ପାଇଁ ସବୁଠାରୁ ଅଧିକ ସହଜ ? କାହିଁକି ?

(ଙ) ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଆମେ ଜାଣିଛନ୍ତି ।

ଆସ, ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ନେଇ ତାହାକୁ ମନେପକାଇବା।

ଯଥା : $4\times(5+3)=(4\times5)+(4\times3)$

[ଏଠାରେ ଗୁଣନ ଯୋଗ ଉପରେ ବଣ୍ଟନ କରେ]

ଆସ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହାର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କରିବା।

(i) $(-2)\times(3+5)=(-2)\times8=-16$

ଏବଂ $[(-2)\times3]+[(-2)\times5]=(-6)+(-10)=-16$

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

$(-2)\times(3+5)=[(-2)\times3]+[(-2)\times5]$

ତଳ ଉକ୍ତି ଦୁଇଟିର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର।

(i) $3\times[(-4)+(-5)]=[3\times(-4)]+[3\times(-5)]$

(ii) $-4\times[(-3)+2]=[(-4)\times(-3)]+[(-4)\times2]$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତି ସତ୍ୟ ହେବାର ଦେଖିଲ କି ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟା ଉପରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ବଣ୍ଟନ କରିଥାଏ । ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ ନିୟମକୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନମତେ କହିଥାଉ ।

a, b ଓ c ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,

$$\mathbf{a \times (b + c) = a \times b + a \times c}$$

ଏହା ହେଉଛି ଯୋଗ ଉପରେ **ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ** ନିୟମ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖିବା–

ଆମେ କହିପାରିବା କି ?

$4\times(3-8)=4\times3-4\times8$

ଆସ ଦେଖିବା -

$4\times(3-8)=4\times(-5)=-20$

ଏବଂ $4\times3-4\times5=12-32=-20$

$\therefore 4(3-8)=4\times3-4\times8$

କହିଲ ଦେଖି :

- $4\times[5+(-3)]=4\times5+4\times(-3)$ ଏହା ସତ୍ୟ କି ?
- $(-5)\times[(-4)+(-2)]=(-5)\times(-4)+(-5)\times(-2)$ ଏହା ସତ୍ୟ କି ?

ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା

$(-5)\times[(-4)-(-6)] = (-5)\times[(-4)+6]$

$= (-5)\times(+2) = -10$

ଏବଂ $[(-5)\times(-4)]-[(-5)\times(-6)]=20-30=-10$

$\therefore (-5)\times[(-4)-(-6)]=[(-5)\times(-4)]-[(-5)\times(-6)]$

ପୁନଶ୍ଚ $(-9)\times[10-(-3)]$ ଏବଂ $[(-9)\times10]-[(-9)\times(-3)]$ କୁ ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କର ।

ତୁମେ କ'ଣ ପାଇଲ ?

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଉପରେ ଗୁଣନ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ କରିଥାଏ କି ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଉପରେ ମଧ୍ୟ ଗୁଣନ ବଣ୍ଟନ କରିଥାଏ ।

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ ନିୟମକୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନମତେ କହିଥାଉ ।

a, b , c ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ

$$\mathbf{a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)}$$

ଏହା ହେଉଛି ବିୟୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ।

ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(i) $10\times[6-(-2)]=10\times6-10\times(-2)$; ଏହା ସତ୍ୟ କି ?

(ii) $(-15)\times[(-7)-(-1)]=(-15)\times(-7)-(-15)\times(-1)$; ଏହା ସତ୍ୟ କି ?

(ଚ) **ଶୂନ ଦ୍ୱାରା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :**

ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ସତ୍ୟ ।

(i) $(+3) \times [5+(-5)] = [(+3)\times 5 + (+3)\times(-5)]$

ଅର୍ଥାତ୍, $(+3)\times 0 = (+15)+(-15) = 0$

(ii) $(-5)\times[(-4)+4] = [(-5)\times(-4)+(-5)\times 4]$

ଅର୍ଥାତ୍, $(-5)\times 0 = (+20)+(-20) = 0$

ସେହିପରି ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ $0\times[(-7)+(+7)]$ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଆମେ (i) ରେ ଦେଖିଲେ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $\times\ 0 = 0$

(ii) ରେ ଦେଖିଲେ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $\times 0 = 0$

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> $3-5$ ଯାହା $3+(-5)$ ତାହା, ଏ କଥା ତୁମେ ଜାଣ । ଫଳରେ $(+2)\times(3-5)$ ଏବଂ $(+2)\times[3+(-5)]$ ଭିନ୍ନ ନୁହେଁ । ତେଣୁ
>
> $(+2)\times(3-5) = (+2)\times 3 - (+2)\times 5$
>
> ଏବଂ $(+2)\times[3+(-5)] = (+2)\times 3 + (+2)\times(-5)$
>
> ମଧ୍ୟରେ କିଛି ପାର୍ଥକ୍ୟ ନାହିଁ ।
>
> ତେଣୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିୟୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନ ବଣ୍ଟନ କରିବା ଓ ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନ ବଣ୍ଟନ କରିବା ଭିନ୍ନ କଥା ନୁହେଁ ।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ଆମେ କହିପାରିବା-

ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $\times 0 = 0 \times$ ଉକ୍ତ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $= 0$

ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $\times 0 = 0 \times$ ଉକ୍ତ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $= 0$

ଆମେ ଉପର ଉଦାହରଣ ମାନଙ୍କରେ ଦେଖିଲେ-

ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $\times 0 = 0$

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ କଥାକୁ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା-

> **a** ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
> $\mathbf{a \times 0 = 0 \times a = 0}$

1.5.1 ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସହଜ କରିବା

$(-25)\times 37\times 4$ କୁ ଦୁଇ ଉପାୟରେ କରାଯାଇଛି, ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ :	**ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ :**
$(-25)\times 37\times 4 = [(-25)\times 37]\times 4$ $= (-925)\times 4 = -3700$	$(-25)\times 37\times 4 = [(-25)\times 4]\times 37$ $= (-100)\times 37 = -3700$

ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇ ପ୍ରକାର ଗୁଣନ ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ସହଜ ଲାଗିଲା ? କାରଣ କହ ?

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଗୁଣନର କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ଓ ସହଯୋଗୀ ଏହି ଦୁଇଟି ନିୟମର ସାହାଯ୍ୟ ନିଆଯାଇଛି ।

କ୍ରମବିନିମୟୀ, ସହଯୋଗୀ ଓ ବଣ୍ଟନ ନିୟମମାନଙ୍କର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇ କିପରି ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସହଜ କରି ପାରିବା ତା'ର ଆଉ କେତେକ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦେଖ ।

(କ) 16×12 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

16×12 କୁ ଆମେ $16\times(10+2)$ ରୂପେ ଲେଖିପାରିବା ।

ଏଣୁ $16\times 12 = 16\times(10+2) = 16\times 10 + 16\times 2 = 160+32 = 192$

(ଖ) $(-23)\times48=(-23)(50-2)=(-23)\times50-(-23)\times2=(-1150)-(-46)$

$=-1150+46=-1104$

ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ସାହାଯ୍ୟରେ ଗୁଣନ କର :

(କ) $(-49)\times18$; (ଖ) $(-25)\times(-31)$ (ଗ) $70\times(-19)+(-1)\times70$

ଉଦାହରଣ :

ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(i) $(-18)\times(-10)\times9$ (ii) $(-20)\times(-2)\times(-5)\times7$

ସମାଧାନ :

(i) $(-18)\times(-10)\times9=[(-18)\times(-10)]\times9=180\times9=1620$

(ii) $(-20)\times(-2)\times(-5)\times7=(-20)\times[(-2)\times(-5)]\times7$

$=[(-20)\times10]\times7=(-200)\times7=-1400$

ଉଦାହରଣ :

ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାଙ୍କ ପ୍ରଶ୍ନପତ୍ରରେ 15ଟି ପ୍ରଶ୍ନ ଦିଆଯାଇଥିଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି 4 ନମ୍ବର ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି –2 ନମ୍ବର ଦିଆଯିବାର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଥିଲା ।

ସୀମା ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରି ଥିଲା, ମାତ୍ର ସେଥିରୁ 9 ଗୋଟି ସମାଧାନ ଠିକ୍ ଥିଲା । ସେ ମୋଟ କେତେ ନମ୍ବର ପାଇଥିଲା ?

ସମାଧାନ :

(କ) ସୀମାର ନମ୍ବର : ପ୍ରତ୍ୟେକ ଠିକ୍ ସମାଧାନ ଲାଗି ମିଳେ 4 ନମ୍ବର

9 ଗୋଟି ଠିକ୍ ସମାଧାନ ଲାଗି ମିଳେ $9\times4=36$ ନମ୍ବର

ଭୁଲ ସମାଧାନ ସଂଖ୍ୟା $=15-9=6$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୁଲ ସମାଧାନ ଲାଗି ମିଳେ –2 ନମ୍ବର

6 ଗୋଟି ଭୁଲ ସମାଧାନ ଲାଗି ମିଳେ $6\times(-2)=-12$ ନମ୍ବର ।

ଏଣୁ ସୀମାର ମୋଟ ନମ୍ବର $=36+(-12)=36-12=24$

ଉଦାହରଣ :

ଧରିନିଆଯାଉ ଯେ ଭୂପୃଷ୍ଠ ଉପରକୁ ମପା ଯାଉଥିବା ଦୂରତାକୁ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ଓ ଭୂପୃଷ୍ଠର ନିମ୍ନକୁ ମପାଯାଉଥିବା ଦୂରତାକୁ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ତଦନୁଯାୟୀ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(କ) ଖଣି ଭିତରକୁ ଯାଉଥିବା ଉତ୍ତୋଳନକାରୀ ଯନ୍ତ୍ରଟିଏ ମିନିଟ୍ ପ୍ରତି 5 ମିଟର ବେଗରେ ଗତି କଲେ ଏକ ଘଣ୍ଟା ପରେ ତା'ର ଅବସ୍ଥିତିକୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରିବା ? (ଯନ୍ତ୍ରଟି ଭୂପୃଷ୍ଠରେ ଥିଲା ବୋଲି ଧରି ନିଆଯାଉ)

(ଖ) ଯଦି ଉତ୍ତୋଳନକାରୀ ଯନ୍ତ୍ରଟି ପ୍ରଥମ ଅବସ୍ଥାରେ ଭୂପୃଷ୍ଠରୁ 15ମି. ଉପରେ ଥାଏ ଏବଂ ସେହିଠାରୁ ଏହା ଖଣି ଭିତରକୁ ପୂର୍ବ ବେଗରେ ଗତି କରେ, ତେବେ 45 ମିନିଟ୍ ପରେ ଏହାର ଅବସ୍ଥିତିକୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରିବା ?

ସମାଧାନ :

(କ) ଯନ୍ତ୍ରଟି ଭୂପୃଷ୍ଠରୁ ନିମ୍ନକୁ ଯାଉଥିବାରୁ ଏହାର ଅବସ୍ଥିତିକୁ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯିବ। ପ୍ରତ୍ୟେକ ମିନିଟ୍‌ରେ ଏହାର ଅବସ୍ଥିତି -5ମି. ବଦଳିବ।

ଏଣୁ ଏକ ଘଣ୍ଟା (ବା 60 ମିନିଟ୍‌ରେ) ଏହାର ଅବସ୍ଥିତି $(-5)\times 60$ ମି. ବା -300ମି. ବଦଳିବ।

ମାତ୍ର ତା'ର ପ୍ରଥମ ଅବସ୍ଥିତି ଭୂପୃଷ୍ଠରେ ହୋଇଥିବାରୁ ଏହି ଅବସ୍ଥିତିକୁ 0ମି. ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯିବ। ତେଣୁ ଘଣ୍ଟାକ ପରେ ଯନ୍ତ୍ରଟିର ଅବସ୍ଥିତି $0+(-300)=-300$ମି. ଅର୍ଥାତ୍ ଏହା ଭୂପୃଷ୍ଠଠାରୁ 300ମି. ନିମ୍ନରେ ପହଞ୍ଚିଥିବ।

(ଖ) 45 ମିନିଟ୍‌ରେ ଯନ୍ତ୍ରଟିର ଅବସ୍ଥିତିର ପରିବର୍ତ୍ତନ ପରିମାଣ $=(-5)\times 45=-225$ ମି.। ଅର୍ଥାତ୍ ତା'ର ପ୍ରଥମ ଅବସ୍ଥିତିରୁ 225ମି. ନିମ୍ନକୁ ଯାଇଥିବ। ଏଣୁ ତା'ର ଶେଷ ଅବସ୍ଥିତି $=(+15)+(-225)=-210$ମି. ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେବ। ଅର୍ଥାତ୍ ଯନ୍ତ୍ରଟି ଭୂପୃଷ୍ଠଠାରୁ 210 ମି. ନିମ୍ନରେ ପହଞ୍ଚି ଥିବ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.3

1. ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ;

(କ) $3\times(-2)$ (ଖ) $(-1)\times 222$ (ଗ) $(-24)\times(-25)$ (ଘ) $(-348)\times(-1)$

(ଙ) $(-12)\times 0\times(-16)$ (ଚ) $(-8)\times(-15)\times 10$ (ଛ) $18\times(-6)\times(-5)$ (ଜ) $(-22)\times(-5)\times(-8)$

(ଝ) $(-1)\times(+2)\times(-3)\times(-4)$ (ଞ) $(-7)\times(-5)\times(-8)\times(-1)$

2. ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର :

(କ) $18\times[7+(-3)]=[18\times 7]+[18\times(-3)]$

(ଖ) $(-24)\times[(-6)+(-3)]=[(-24)\times(-6)]+[(-24)\times(-3)]$

3. (କ) ଶୂନ ଭିନ୍ନ ଯେ କୌଣସି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ a ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଗଲେ, $(-1)\times a$ ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ?

(ଖ) କେଉଁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ (-1) ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ନିମ୍ନ ଗୁଣଫଳ ମିଳିବ ?

(i) -34 (ii) 42 (iii) 0

4. $(-1)\times 5$ ରୁ ଆରମ୍ଭକରି, ଗୁଣନର ବିଭିନ୍ନ କ୍ରମ ଦେଖାଇ $(-1)\times(-1)=1$ ବୋଲି ଦର୍ଶାଅ।

5. ଗୁଣନର ଉପଯୁକ୍ତ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(କ) $24\times(-47)+(-47)\times(-14)$ (ଖ) $8\times 48\times(-125)$ (ଗ) $15\times(-25)\times(-4)\times(-10)$

(ଘ) $(-46)\times 102$ (ଙ) $8\times(50-2)$ (ଚ) $625\times(-35)+(-625)\times 65$

(ଛ) $(-17)\times(-29)$ (ଜ) $(-57)\times(-19)+57$

6. ଗୋଟିଏ କୋଠରିର ତାପମାତ୍ରା ଥିଲା 40 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲ୍‌ସିଅସ୍। ସେହି କୋଠରିରେ ଥିବା ଶୀତଳୀକରଣ ଯନ୍ତ୍ର ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟାରେ 5 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲ୍‌ସିଅସ୍ ହାରରେ ତାପମାତ୍ରା କମାଇ ପାରିଲେ, 10 ଘଣ୍ଟା ପରେ ତାପମାତ୍ରା କେତେ ହେବ ?

7. ଜେମ୍ସ୍‌ର ଘର ପାଖଦେଇ ଗୋଟିଏ ରାସ୍ତା ପୂର୍ବ - ପଶ୍ଚିମ ହୋଇ ଲମ୍ବିଛି । ଜେମ୍ସ୍ ଥରେ ଘରୁ ବାହାରି ସାଇକେଲ ଯୋଗେ ପୂର୍ବ ଦିଗକୁ 8 କ.ମି. ଯାଇ 'କ' ନାମକ ସ୍ଥାନରେ ପହଞ୍ଚିଲା । 'କ' ଠାରୁ ପଶ୍ଚିମ ଦିଗକୁ 12 କି.ମି. ଯାଇ 'ଖ' ସ୍ଥାନରେ ପହଞ୍ଚିଲା ।

(କ) ଯଦି ଜେମ୍ସ୍‌ର ଘରଠାରୁ ପୂର୍ବ ଦିଗରେ ଅବସ୍ଥିତ ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଓ ପଶ୍ଚିମରେ ଅବସ୍ଥିତ ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ, ତେବେ 'କ' ଓ 'ଖ' ସ୍ଥାନର ଅବସ୍ଥିତିକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ ? (ଖ) ଯଦି 'କ' ସ୍ଥାନଟି $+10$ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଏ ଓ 'ଖ' ସ୍ଥାନଟି -6 ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଏ, ତେବେ 'କ' ସ୍ଥାନର କେଉଁ ଦିଗରେ 'ଖ' ସ୍ଥାନ ଅବସ୍ଥିତ ? 'କ' ଓ 'ଖ' ସ୍ଥାନ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ?

8. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ଉପଯୁକ୍ତ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ବସାଅ ଯେପରି ଉକ୍ତିଟି ଠିକ୍ ହେବ ।

(କ) $-5\times(..........)=40$ (ଗ) $7\times(.............)=-63$

(ଖ) $(...............)\times(-12)=-96$ (ଘ) $(...........)\times(-11)=99$

1.6 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ହରଣ ହେଉଛି ଗୁଣନର ବିପରୀତ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଏକଥା ଆମେ ଜାଣିଛୁ । ଆସ, କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଯେହେତୁ $4\times6=24$

ଏଣୁ $24\div4=6$ ଏବଂ $24\div6=4$ ।

ସେହିପରି $8\times7=56$ ରୁ ଆମେ ପାଇବା $56\div7=8$ ଏବଂ $56\div8=7$ ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୁଣନ କଥାରୁ ଦୁଇଟି ଭାଗକଥା ମିଳିଥାଏ ।

ଜାଣିଛ କି ?

ଗୁଣନ-କଥା : ଗୁଣ୍ୟ X ଗୁଣକ = ଗୁଣଫଳ

ଭାଗ-କଥାରେ ଲେଖିଲେ -

	ଗୁଣଫଳ	-	ଭାଜ୍ୟ
	ଗୁଣକ	-	ଭାଜକ
	ଗୁଣ୍ୟ	-	ଭାଗଫଳ
ଅଥବା	ଗୁଣଫଳ	-	ଭାଜ୍ୟ
	ଗୁଣ୍ୟ	-	ଭାଜକ
	ଗୁଣକ	-	ଭାଗଫଳ

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ଦିଆଯାଇଥିବା ଗୁଣନ କଥାକୁ ତୁମେ ଭାଗ କଥାରେ ଲେଖିପାରିବ କି ?

ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମ୍ପୃକ୍ତ ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ଗୁଣନ କଥା ଓ ସେଥିରୁ ମିଳିଥିବା ଭାଗ-କଥା କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଓ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର :

ଗୁଣନ - କଥା	ତତ୍ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଭାଗ-କଥା
$4\times(-7)=-28$	$(-28)\div(-7)=4$ ଓ $(-28)\div4=(-7)$
$(-6)\times8=-48$	
$(-9)\times(-7)=63$	
$(-7)\times5=$	
$(-9)\times6=$	
$7\times(-8)=$	
$(-12)\times(-4)=$	

ପୂର୍ବ ପୃଷ୍ଠାରେ ଥିବା ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ-

$(-28) \div 4 = -7$

$(-48) \div 8 = -6$

$(-35) \div 5 = -7$

$(-56) \div 7 = -8$

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

$(-28) \div 4 = -(28 \div 4) = -7$

$(-48) \div 8 = -(48 \div 8) = -6$

କହିଲ ଦେଖି :
ଭାଗଫଳ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଥିବା ଭଳି ଚାରୋଟି ହରଣ କ୍ରିୟାର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

- ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଆମେ ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଜାଣିଲେ-

$63 \div (-9) = -7$ ଏବଂ $63 \div (-7) = -9$

$48 \div (-12) = -4$ ଏବଂ $48 \div (-4) = -12$

ଉପରେ ଯାହା ଦେଖିଲେ ତାକୁ ଆମେ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା-

> **a, b ଓ c ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $a \div b = c$ ହେଲେ,**
> **$(-a) \div b = a \div (-b) = -(a \div b) = -c$**

ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(କ) $96 \div (-12)$ (ଖ) $104 \div (-13)$ (ଗ) $112 \div (-14)$

- ଉପର ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଆମେ ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଜାଣିଲେ –

$(-28) \div (-7) = 4$, $(-48) \div (-6) = 8$, $(-54) \div (-9) = 6$

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

$(-28) \div (-7) = +(28 \div 7) = 4$

$(-48) \div (-6) = +(48 \div 6) = 8$

$(-56) \div (-8) = +(56 \div 8) = 7$

ଉପରେ ଯାହା ଦେଖିଲେ ତାକୁ ଆମେ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା ।

> **a, b ଓ c ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $a \div b = c$ ହେଲେ,**
> **$(-a) \div (-b) = a \div b = c$**

ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

(କ) $(-32) \div (-8)$ (ଖ) $(-45) \div (-9)$ (ଗ) $(-48) \div (-6)$

1.7 ଭାଗକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ କିଛି ଜାଣିବା କଥା

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନର ଯେଉଁ ସବୁ ଧର୍ମ ଅଛି, ତାହା ଭାଗକ୍ରିୟା ଲାଗି ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ନାହିଁ ଆସ ଦେଖିବା-

- ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ । ଭାଗକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ?

ଉକ୍ତି	ଫଳାଫଳ
$(-8) \div 2 = -4$	ଭାଗଫଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
$(-36) \div (-9) = 4$	ଭାଗଫଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
$(48) \div (-12) = -4$	ଭାଗଫଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
$(-12) \div 5 =$?	ଭାଗଫଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେବ କି ?

ଅମେ ଦେଖିଲେ :

ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ, ଭାଗଫଳ ସର୍ବଦା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୁଏ ନାହିଁ ।
ଏଣୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।

ଜାଣିଛ କି ?
ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ କ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରିଥାଏ ।

- ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ । ଭାଗକ୍ରିୟା ସେହି ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ?

  $(-8) \div 2 =$ ____ , $2 \div (-8) =$ ____

  ଏଠାରେ ଭାଗଫଳ ଦ୍ୱୟ ସମାନ ଅଛି କି ? ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

  ଏଣୁ ଭାଗକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନକରେ ନାହିଁ ।

- ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
  ଭାଗକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ? ଆସ ପରୀକ୍ଷା କରିବା-

  $[(-8) \div 4] \div (-2) = (-2) \div (-2) = 1$
  $(-8) \div [4 \div (-2)] = (-8) \div (-2) = 4$
  $[(-8) \div 4] \div (-2)$ ଏବଂ $(-8) \div [4 \div (-2)]$ ର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ହେଉଛି କି ?

  ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

  ଏଣୁ ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।

  ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଯେ କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $a \times 1 =$ ସେହି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା a ।

  ଭାଗକ୍ରିୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଦେଖିଲେଣି-

  $(-8) \div 1 = -8$ କାରଣ $(-8) \times 1 = -8$

  $0 \div 1 = 0$ କାରଣ $0 \times 1 = 0$

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଯେ କୌଣସି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା a ହେଲେ, $a \times (-1) = -a$ ଯାହା କି a ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ।

ଆମେ ମଧ୍ୟ ଦେଖିଲେଣି-

$8 \div (-1) = -8$ (ଏବଂ -8 ହେଉଛି 8 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ)

$(-5) \div (-1) = 5$ (ଏବଂ 5 ହେଉଛି -5ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ)

$0 \div (-1) = 0$ (ଏବଂ 0 ହେଉଛି 0 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ)

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

a ଯେ କୌଣସି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, $a \div (-1) = -a$ ଯାହା କି a ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ।

- ଆମେ ଜାଣିଥିଲୁ, ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଶୂନ ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା ଅର୍ଥହୀନ । ଅର୍ଥାତ୍ $8 \div 0$ ଅର୍ଥହୀନ ।
  ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ କ'ଣ ହେବ ଆସ ଦେଖିବା ।

  $(-5) \div 0$ ର ଭାଗଫଳ କେତେ ?

  ଯେପରି $6 \div (-2) = -3$ କାରଣ $(-2) \times (-3) = 6$,

  ସେହିପରି $(-5) \div 0 =$ କେତେ ?

କହିଲ ଦେଖି :
0 ରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ -5 ହେବ ? ଏପରି ସଂଖ୍ୟା ଅଛି କି ? ତୁମର ଉତ୍ତର ସପକ୍ଷରେ କାରଣ କହ ?

କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ 0 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ –5 ହେବ ?

ଅର୍ଥାତ୍ $(-5) \div 0$ ମଧ୍ୟ ଅର୍ଥହୀନ

$0 \div 0 =$ କେତେ ?

ଆସ ଦେଖିବା କେଉଁସଂଖ୍ୟା $\times 0 = 0$?

$5 \times 0 = 0, \quad 8 \times 0 = 0, \quad 15 \times 0 = 0$

ତେବେ $0 \div 0$ ଭାଗଫଳ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ହେଲା କି ?

ନିଶ୍ଚୟ ତୁମେ କହିବ 'ନାହିଁ'।

ଏଣୁ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ 0 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ଅର୍ଥହୀନ।

ସାଧାରଣଭାବେ କହିପାରିବା ଯେ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଶୂନ (0) ଦ୍ୱାରା ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଜ୍ଞାକୃତ ନୁହେଁ, ଅର୍ଥାତ୍ ଏହା ନିରର୍ଥକ।

ଭାଗକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି। ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର।

ଗୋଟିଏ ପରୀକ୍ଷାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି 5 ନମ୍ବର ଦିଆଯାଏ। ମାତ୍ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି –2 ନମ୍ବର ଦିଆଯାଏ।

(i) ସେହି ପରୀକ୍ଷାରେ ରାଧା ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେଇଥିଲା ମାତ୍ର ସେଥିରୁ ଦଶଟି ଉତ୍ତର ଠିକ୍ ଥିଲା। ସେ ମୋଟ 30 ନମ୍ବର ପାଇଥିଲେ, ପରୀକ୍ଷାରେ ମୋଟ କେତୋଟି ପ୍ରଶ୍ନ ପଚରା ଯାଇଥିଲା ?

(ii) ମାଧବ ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେଇପାରି ନ ଥିଲା। ସେ ଯଦି ସାତଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଦେଇଥାଏ ଓ ମୋଟ 19 ନମ୍ବର ପାଇଥାଏ, ତେବେ ସେ କେତେଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେଇଥିଲା ?

ସମାଧାନ : (i) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି 5 ନମ୍ବର ମିଳେ

ରାଧାର 10 ଗୋଟି ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି $5 \times 10 = 50$ ନମ୍ବର ମିଳିଲା

ମାତ୍ର ସେ ପାଇଛି 30 ନମ୍ବର। ତେଣୁ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି ସେ ପାଇଥିବା ନମ୍ବର $= 30 - 50 = -(50-30) = -20$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି ମିଳେ –2 ନମ୍ବର

$\therefore$ ରାଧାର ଭୁଲ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା $= (-20) \div (-2) = 10$

ରାଧାର ମୋଟ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା $= 10 + 10 = 20$

ରାଧା ସବୁ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେଇଥିବାରୁ ପରୀକ୍ଷାର ମୋଟ ପ୍ରଶ୍ନ ସଂଖ୍ୟା $= 20$।

(ii) ମାଧବର ସାତଟି ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି ପାଇଥିବା ନମ୍ବର $= 5 \times 7 = 35$। ମାତ୍ର ତା'ର ମୋଟ ନମ୍ବର $= 19$

$\therefore$ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି ମାଧବ ପାଇଥିବା ନମ୍ବର $= 19 - 35 = -16$

ପ୍ରତି ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି ମିଳେ -2 ନମ୍ବର

$\therefore$ ମାଧବର ଭୁଲ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା $= (-16) \div (-2) = 8$

ତା'ର ମୋଟ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା = ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା + ଭୁଲ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା $= 7 + 8 = 15$

ଉଦାହରଣ ଜଣେ ଦୋକାନୀ ପ୍ରତ୍ୟେକ କଲମକୁ 1 ଟଙ୍କା ଲାଭରେ ବିକ୍ରି କରେ ଓ ତା'ର ପୁରୁଣା ଷ୍ଟକ୍‌ରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌କୁ 40 ପଇସା କ୍ଷତିରେ ବିକ୍ରି କରେ ।

(i) ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାସରେ ସେ 45 ଟି କଲମ ବିକିଥିଲା ଓ କିଛି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକି ଥିଲା । ଯଦି ସେହି ମାସରେ ମୋଟରେ ତା'ର 5 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ସେ ମାସରେ ସେ କେତୋଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକି ଥିଲା ?

(ii) ପରବର୍ତ୍ତୀ ମାସରେ ତା'ର ଲାଭ ବା କ୍ଷତି କିଛି ହୋଇ ନ ଥିଲା । ସେ ଯଦି ସେହି ମାସରେ 70ଟି କଲମ ବିକିଥାଏ, ତେବେ କେତେଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକିଥିଲା ?

ସମାଧାନ : (i) ଗୋଟିଏ କଲମ ରେ ସେ ପାଇଥିବା ଲାଭ = 1ଟ. ବା + 1ଟ.

45 କଲମରେ ସେ ପାଇଥିବା ଲାଭ = 45 × 1ଟ. = 45ଟ. ବା + 45ଟ.

ମାତ୍ର ସେ ମାସରେ ତା'ର କ୍ଷତି = 5ଟ. ବା ସେ ପାଇଲା – 5ଟ.

∴ କଲମ ଓ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକି ସେ ମୋଟରେ ରୋଜଗାର କଲା – 5ଟ.

ମାତ୍ର କଲମ ବିକି ସେ ରୋଜଗାର କରିଥିଲା + 45 ଟ.

∴ ପେନ୍‌ସିଲ ବିକି ସେ କରିଥିବା ରୋଜଗାର = ମୋଟ ରୋଜଗାର – କଲମରୁ ପାଇଥିବା ରୋଜଗାର

$= (-5) - (+45)$

$= -5 - 45$

$= -50$ ଟଙ୍କା

$= -5000$ ପଇସା ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ରେ ତା'ର କ୍ଷତି 40 ପଇସା ବା ତା'ର ରୋଜଗାର –40 ପଇସା ।

∴ ସେ ବିକିଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟା $= (-5000) \div (-40) = 125$

(ii) ପରବର୍ତ୍ତୀ ମାସରେ ତା'ର ଲାଭ ବା କ୍ଷତି କିଛି ନ ଥିଲା ।

∴ ତା'ର ମୋଟ ରୋଜଗାର = 0

ପ୍ରତି ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ରେ ତା'ର କ୍ଷତି = 40 ପଇସା

ବା, ତା'ର ରୋଜଗାର = –40 ପଇସା

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ଲାଭକୁ ଧନାତ୍ମକ ରୋଜଗାର ବୋଲି କହିବା ଓ କ୍ଷତିକୁ ଋଣାତ୍ମକ ରୋଜଗାର ବୋଲି କହିବା ।

70ଟି କଲମ ବିକ୍ରିକରି ସେ କରିଥିବା ମୋଟ ରୋଜଗାର = 70 × (+1)ଟ. = + 70ଟ.

ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକ୍ରିରୁ ପାଇଥିବା ରୋଜଗାର = ମୋଟ ରୋଜଗାର – କଲମରୁ ପାଇଥିବା ରୋଜଗାର

= 0 – (+ 70ଟ.)

= –70ଟ.

= –7000ପ.

ଗୋଟିଏ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକ୍ରିରୁ ତା'ର ରୋଜଗାର ହୁଏ – 40ପ.

∴ ବିକ୍ରିହୋଇଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟା $= (-7000) \div (-40) = 175$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.4

1. ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ;

   (କ) $(-40) \div (-10)$ (ଖ) $(-60) \div (-6)$ (ଗ) $(-37) \div (+37)$

   (ଘ) $15 \div [(-4) + 3]$ (ଙ) $18 \div [-3 - (-2)]$ (ଚ) $0 \div (-5)$

   (ଛ) $27 \div [(-14) + (-13)]$ (ଜ) $(-19) \div [-2 - (-21)]$ (ଝ) $[(-25) \div 5] \div (-1)$

   (ଞ) $(-25) \div [5 \div (-1)]$ (ଟ) $(-32) \div [(-8) \div 4]$

2. a, b ଓ c ଲାଗି ନିମ୍ନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନେଇ, $a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c)$ ଏହାର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

   (କ) $a = 12, b = -4, c = 2$ (ଖ) $a = -10, b = 1, c = -1$

3. (କ) ଚାରି ଯୋଡ଼ା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା (a, b) ଲେଖ, ଯେଉଁଥିରେ $a \div b = -4$ ଏବଂ a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

   ଯେପରି $(+12, -3)$ କାରଣ $(+12) \div (-3) = -4$

   (ଖ) ଚାରି ଯୋଡ଼ା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା (a, b) ଲେଖ, ଯେଉଁଥିରେ $a \div b = -3$ ଏବଂ a ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

   ଯେପରି $(-15, 5)$, କାରଣ $(-15) \div 5 = -3$

4. ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରେ ମଧ୍ୟାହ୍ନ 12 ଟା ବେଳର ତାପମାତ୍ରା 0 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲସିଅସ୍ ଅପେକ୍ଷା 8 ଡିଗ୍ରୀ ଅଧିକ ଥିଲା । ମଧ୍ୟରାତ୍ରି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟାରେ ତାପମାତ୍ରା 2 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲସିଅସ୍ ହାରରେ କମିଲା । କେତେବେଳେ ତାପମାତ୍ରା 0 ଡିଗ୍ରୀ ଅପେକ୍ଷା 6 ଡିଗ୍ରୀ କମ୍ ହେବ ? ମଧ୍ୟରାତ୍ରି 12 ଟା ବେଳେ ତାପମାତ୍ରା କେତେ ହେବ ?

5. ଗୋଟିଏ କୋଇଲା ଉତ୍ତୋଳନକାରୀ ଯନ୍ତ୍ର ଖଣି ଭିତରକୁ ମିନିଟ୍ ପ୍ରତି 6ମି. ବେଗରେ ଗତି କରେ । ଯଦି ଭୂପୃଷ୍ଠ ଠାରୁ 10ମି. ଉଚ୍ଚତାରୁ ଯନ୍ତ୍ରଟି ଖଣି ଭିତରକୁ ଗତି କରିଥାଏ, ତେବେ ଏହା –350ମି. ସୂଚକ ସ୍ଥାନରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ କେତେ ସମୟ ନେବ ?